PROBLEMAS: La ruta de datos

20. Sean los siguientes factores representados en binario puro: multiplicando $111010_{2,6}$ y multiplicador $001010_{2,6}$. Realice el producto mediante el algoritmo de sumas-desplazamientos.

SOLUCIÓN:

El algoritmo de sumas-desplazamientos realiza la operación de multiplicación binaria igual que la hacemos en decimal con lápiz y papel.

111010	multiplicando	(58)
x 001010	multiplicador	(10)
000000 000000		
000001 11010		
000000 0000		
000111 010		
000000 00		
000000 0		
001001 000100	resultado	(580)

21. Sean los siguientes factores representados en complemento a dos: multiplicando $001010_{C2,6}$ y multiplicador $111010_{C2,6}$. Realice el producto mediante el algoritmo de sumas-desplazamientos.

SOLUCIÓN:

Puesto que los factores están representados en complemento a dos, hemos de tener presente que dependiendo del signo de los operandos y de si se hace o no extensión de signo de los productos parciales puede ser necesario aplicar ciertas correcciones al resultado obtenido mediante el algoritmo de sumas-desplazamientos.

No obstante, en este caso, dado que el multiplicando es positivo pero el multiplicador es negativo, no cabe la opción de extender el signo de los productos parciales y será necesario aplicar la corrección de Booth al resultado incompleto. Dicha corrección es la siguiente:

si $x > 0$ e $y < 0$ sin extender el signo de los productos parciales tenemos que $\mathsf{r}_{C2,2n} = \mathsf{r}^*_{C2,2n} - (\mathsf{x}_{C2,2n} \cdot 2^n)$

	001010	multiplicando positivo	(10)
	x 111010	multiplicador negativo	(−6)
	000000 000000		
	000000 01010		
	000000 0000		
	000001 010		
	000010 10		
	000101 0		
	001001 000100	resultado incompleto	
$-A \cdot 2^6$	110110	corrección de Booth	
	111111 000100	resultado correcto	(−60)

¡Atención! $-(\mathsf{x}_{C2,2n} \cdot 2^n) = -\mathsf{x}_{C2,2n} \cdot 2^n$

La corrección de Booth también se puede hacer en la última suma parcial ahorrando un paso de control. Tendremos:

	001010	multiplicando positivo	(10)
	x 111010	multiplicador negativo	(−6)
	000000 000000		
	000000 01010		
	000000 0000		
	000001 010		
	000010 10		
$-A \cdot 2^{6-1}$	111011 0	corrección de Booth	
	111111 000100	resultado correcto	(−60)

22. Sean los siguientes factores representados en complemento a dos: multiplicando $111010_{C2,6}$ y multiplicador $001010_{C2,6}$. Realice el producto mediante el algoritmo de sumas-desplazamientos.

SOLUCIÓN:

El algoritmo de sumas-desplazamientos realiza la operación de multiplicación binaria igual que la hacemos en decimal con lápiz y papel.

Realizaremos el producto primeramente sin extender el signo de los productos parciales de manera que será necesario aplicar la corrección de Booth al resultado incompleto. Dicha corrección es la siguiente:

si $x < 0$ e $y > 0$ sin extender el signo de los productos parciales tenemos que $\mathsf{r}_{C2,2n} = \mathsf{r}^*_{C2,2n} - (\mathsf{y}_{C2,2n} \cdot 2^n)$

	111010	multiplicando positivo	(−6)
	x 001010	multiplicador negativo	(10)
	000000 000000		
	000001 11010		
	000000 0000		
	000111 010		
	000000 00		
	000000 0		
	001001 000100	resultado incompleto	
$-B \cdot 2^6$	110110	corrección de Booth	
	111111 000100	resultado correcto	(−60)

No obstante, en este caso, podemos extender el signo de los productos parciales para realizar una operación de multiplicación con signo sin correcciones posteriores.

111010	multiplicando positivo	(−6)
x 001010	multiplicador negativo	(10)
000000 000000		
111111 11010		
000000 0000		
111111 010		
000000 00		
000000 0		
111111 000100	resultado correcto	(−60)

23. Sean los siguientes factores representados en complemento a uno: multiplicando $010010_{C1,6}$ y multiplicador $100010_{C1,6}$. Realice el producto mediante el algoritmo de sumas-desplazamientos.

SOLUCIÓN:

Puesto que los factores están representados en complemento a uno, hemos de tener presente que dependiendo del signo de los operandos y de si se hace o no extensión de signo de los productos parciales puede ser necesario aplicar ciertas correcciones al resultado obtenido mediante el algoritmo de sumas-desplazamientos.

No obstante, en este caso, dado que el multiplicando es positivo pero el multiplicador es negativo, no cabe la opción de extender el signo de los productos parciales y será necesario aplicar la corrección de Booth al resultado incompleto. Dicha corrección es la siguiente:

si $x > 0$ e $y < 0$ sin extender el signo de los productos parciales tenemos que $\mathsf{r}_{C1,2n} = \mathsf{r}^*_{C1,2n} + \mathsf{x}_{C1,2n} - (\mathsf{x}_{C1,2n} \cdot 2^n)$

```
                    010010   multiplicando positivo   (   18)
                  x 100010   multiplicador negativo   (  −29)
             -------------
             000000 000000
             000000 10010
             000000 0000
             000000 000
             000000 00
             001001 0
             -------------
             001001 100100   resultado incompleto
          A  000000 010010
  −(A · 2^6) 101101 111111   corrección de Booth
             -------------
             110111 110101   resultado correcto       (−522)
```

La corrección de Booth también se puede hacer partiendo de A como sumando parcial inicial y añadiendo en la última suma parcial $-(A \cdot 2^{n-1})$ ahorrando un paso de control. Tendremos:

```
                    010010   multiplicando positivo   (   18)
                  x 100010   multiplicador negativo   (  −29)
             -------------
          A  000000 010010
             000000 000000
             000000 10010
             000000 0000
             000000 000
             000000 00
−(A · 2^6−1) 110110 111111   corrección de Booth
             -------------
             110111 110101   resultado correcto       (−522)
```

Nota: a veces, los dos términos de esta corrección se unen formando uno solo así:

$$\mathsf{x}_{C1,2n} - (\mathsf{x}_{C1,2n} \cdot 2^n) = -(\mathsf{x}_{C1,2n} \cdot (2^n - 1))$$

La realidad es que, siendo correcta la igualdad, operar con el segundo término unificado no es práctico ya que implica realizar un producto en lugar de sumas y desplazamientos.

24. Sean los siguientes factores representados en binario puro: multiplicando $\mathsf{001010}_{2,6}$ y multiplicador $\mathsf{111010}_{2,6}$. Realice el producto mediante el algoritmo de sumas-restas.

SOLUCIÓN:

Solución "algorítmica".

En primer lugar determinamos la representación del complemento a dos del multiplicando (A) para hacer las restas:

CMPL2(001010,6)=$110110_{2,n}$

Y determinamos la recodificación del multiplicador (B):

$111010_{C2,6} = 2^6 - 2^3 + 2^2 - 2^1$

De donde:

	111111 101100	$-A \cdot 2^1$
	000000 101000	$A \cdot 2^2$
	111110 110000	$-A \cdot 2^3$
+	001010 000000	$A \cdot 2^6$
	001001 000100	$10 \times 58 = 580$

Solución "circuital".

En primer lugar determinamos la representación del complemento a dos del multiplicando (A) para hacer las restas:

CMPL2(001010,6)=$110110_{2,6}$

paso de control	**multiplicador**	**producto**	**acción**
	111010 0	000000 000000	
1			ninguna
desplazamiento	011101 0	000000 000000	
2		110110 000000	$-A$
		110110 000000	
desplazamiento	001110 1	111011 000000	
3		001010 000000	A
		000101 000000	
desplazamiento	000111 0	000010 100000	
4		110110 000000	$-A$
		111000 100000	
desplazamiento	000011 1	111100 010000	
5			ninguna
desplazamiento	000001 1	111110 001000	
6			ninguna
desplazamiento	000000 1	111111 000100	
6+1		001010 000000	A
		001001 000100	$10 \times 58 = 580$

Nota: los acarreos que salen del registro "producto" no se tienen en cuenta al desplazar a la derecha.

25. Sean los siguientes factores representados en complemento a dos: multiplicando $001010_{C2,6}$ y multiplicador $111010_{C2,6}$. Realice el producto mediante el algoritmo de sumas-restas.

SOLUCIÓN:

Solución "algorítmica".

En primer lugar determinamos la representación del negativo del multiplicando (A):

NEG-C2(001010,6)=$110110_{C2,6}$

Y determinamos la recodificación del multiplicador (B) sabiendo que es negativo:

$111010_{C2,6} = -2^3 + 2^2 - 2^1$

De donde:

	111111 101100	$-A \cdot 2^1$
	000000 101000	$A \cdot 2^2$
+	111110 110000	$-A \cdot 2^3$
	111111 000100	$10 \times -6 = -60$

Obsérvese, que omitiendo el peso 2^6 en la recodificación del multiplicador no es necesario hacer corrección de Booth ya que se asume que, siendo negativo el valor representado, la cadena de unos se extiende indefinidamente a la izquierda.

Solución "circuital".

En primer lugar determinamos la representación del negativo del multiplicando (A):

NEG-C2(001010,6)=$110110_{C2,6}$

paso de control	multiplicador	producto	acción
	$11101\underline{0}\ \underline{0}$	000000 000000	
1			ninguna
desplazamiento	$11110\underline{1}\ \underline{0}$	000000 000000	
2		110110 000000	$-A$
		110110 000000	
desplazamiento	$11111\underline{0}\ \underline{1}$	111011 000000	
3		001010 000000	A
		000101 000000	
desplazamiento	$11111\underline{1}\ \underline{0}$	000010 100000	
4		110110 000000	$-A$
		111000 100000	
desplazamiento	$11111\underline{1}\ \underline{1}$	111100 010000	
5			ninguna
desplazamiento	$11111\underline{1}\ \underline{1}$	111110 001000	
6			ninguna
desplazamiento	$11111\underline{1}\ \underline{1}$	111111 000100	
6+1			ninguna
		111111 000100	$10 \times -6 = -60$

Nota: los acarreos que salen del registro "producto" no se tienen en cuenta al desplazar a la derecha.